



CONCEPCIONES DE LOS ESTUDIANTES SOBRE DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCIÓN

Sánchez González Eleazar marzo1984@hotmail.com
Cantú Quintanilla Adriana
Cantú Cuenca Ángeles

CBT No. 1 "Lic. Adolfo López Mateos"
Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey

INTRODUCCION

.El concepto de función es fundamental para el estudio de matemáticas avanzadas, razón por la cual ha sido objeto de estudio desde hace mucho tiempo bajo distintas perspectivas (Dubinsky y Harel, 1992; Masingila y Doerr, 1998; Thompson, 1994; Vinner, 1993). Sin embargo, en la institución en la que se realizó la investigación, no se ha prestado la suficiente atención a conceptos fundamentales para lograr el entendimiento de la función algebraica (Thompson, 1994).

La Academia de Matemáticas de dicha institución ha observado en los últimos años una constante de dificultad en el aprendizaje del concepto de función, lo que ha sido más notorio en los cursos de Cálculo, donde los estudiantes demuestran una falta de profundidad en los temas relacionados o derivados de dicho concepto. Esta falta de entendimiento se propaga ya que la noción de función es fundamental para otros conceptos del Cálculo. A nivel básico, las nociones de dominio e imagen están íntimamente relacionadas con el concepto de función. Los





29 y 30 de Septiembre y 1 de Octubre de 2011



cuales a su vez, permitirán que en el discurso escolar se avance a temas más complejos, tales como, límites, continuidad, derivada e integral.

La problemática de la enseñanza- aprendizaje del concepto de función es muy compleja. Los autores reconocen la importancia del desarrollo histórico de los conceptos matemáticos en la enseñanza (Cantoral, 1997), la tecnología como recurso didáctico para favorecer el aprendizaje (Kieran, 1992; NCTM, 2000; Rojano, 2003), las bondades de la contextualización (Schwalbag y Dosemagen, 2000), y la importancia de alinear la evaluación con la enseñanza (Bransford et al, 2000). Sin embargo, este estudio, se limita a indagar las concepciones de dominio y rango asociadas a función que tienen los estudiantes. Esto con la finalidad de que, para la institución en la que se llevó a cabo el estudio, se puedan realizar cambios que eventualmente se traduzcan en un aprendizaje más profundo de la noción de función por parte de los alumnos.

Esta investigación se centra en responder ¿cuáles son las nociones de dominio y rango de una función que tienen los estudiantes de bachillerato? Con la presente investigación se busca identificar los conceptos o subconceptos, (Monzoy, 1998) existentes que surgen como modelos cognitivos inadecuados y que pudieran obstaculizar el entendimiento del concepto de función.

La metodología de investigación es cualitativa de tipo descriptiva. Para este estudio participaron 140 alumnos que cursaban el quinto semestre de bachillerato. Se seleccionó a ese grado escolar, ya que se buscaba que los participantes hubieran sido expuestos al concepto con anterioridad, con la intención de que contaran con una preconcepción de función y que no les fuera ajeno el tema. El instrumento consistió en un cuestionario de siete preguntas abiertas que indagaban directamente sobre función, dominio y rango. Para evitar diseminación de la información, el instrumento fue aplicado a la misma hora a todos los participantes. La técnica de análisis de datos se basó en la categorización de respuestas alrededor de: a) el concepto de función, b) los conceptos de dominio, y c) el concepto de rango.





29 y 30 de Septiembre y 1 de Octubre de 2011



Definición de función. Se aborda en el cuestionario desde dos perspectivas al preguntarle al estudiante sobre: a) las ideas que le vienen a la mente al escuchar el término función y b) su definición formal de función. Los resultados (Tabla 1) indican que la primera relación que hacen los estudiantes es función como una gráfica, seguida de una fórmula o expresión algebraica. Los participantes también hicieron mención de la forma en la cual se denota una función, $f(x)$ o el plano cartesiano, como la herramienta para graficar la función.

Tabla 1

Tabla de patrones de razonamiento a la pregunta ¿cuál es la primera imagen que viene a su mente cuando le mencionan la palabra función?

Patrones de razonamiento	Frecuencia
Gráfica (parábola, recta)	51
Fórmula/Expresión matemática para de resolver un problema	48
Plano Cartesiano	21
$f(x)$	7
Otros	13

Esta visión de función en relación con una gráfica o una fórmula se volvió a manifestar en las respuestas que dieron los participantes al definir con sus propias palabras el concepto de función (quinta pregunta del cuestionario). Como se aprecia en la Tabla 2, la mitad de los alumnos mencionaron que la función es una expresión matemática que les permite localizar valores en el plano. Haciendo así evidente la conexión entre función como caja negra que genera valores y su representación gráfica.



29 y 30 de Septiembre y 1 de Octubre de 2011



Tabla 2

Tabla de patrones de razonamiento que surgieron de las definiciones formales del concepto de función enunciadas por los participantes.

Patrones de razonamiento	Frecuencia
Expresión matemática y/o aplicación que permite localizar valores en el plano cartesiano	73
Valores que se le dan a las variables x y y	26
Compuesta por un dominio y rango que pueden ser finitos	10
Lo que mide de longitud de cada función y/o todo lo que abarca	10
Conjunto de valores y números reales	6
Otros	15

Llama la atención que aproximadamente el 70% de los alumnos relacionan a la función como generadora de puntos (los primeros dos patrones de la Tabla 2), lo que enfatiza la definición de función de los libros de texto como relación entre dos variables. Esto es importante, ya que los estudiantes sólo se quedan con el resultado (puntos) y no hacen mención a las variables involucradas. Este tipo de concepciones limitadas son las que pueden generar dificultades al aprender conceptos matemáticos más avanzados.

Definición de dominio. Con respecto a la noción de dominio se pretendía saber cómo los participantes lo conectaban con el concepto de función. Por lo que en la segunda pregunta del cuestionario se le pedía al estudiante que diera su definición del dominio de una función. La mayoría de los estudiantes tienen la idea de que el dominio de una función se refiere al conjunto de valores que son válidos para la regla de correspondencia (modelo algebraico) que define a la función o que el dominio corresponde a los valores que toma la variable independiente de una función, como se puede apreciar en las primeras tres definiciones enunciadas en la Tabla 3. Cabe resaltar que aproximadamente el 15% definió al dominio como el





29 y 30 de Septiembre y 1 de Octubre de 2011



valor que delimita a la función dando como resultado el valor de y , concepción que generaría un modelo cognitivo apropiado.

Sin embargo, sólo el 11.4 % enunció de manera correcta el dominio de una función cuadrática desde su representación gráfica (pregunta 6). Lo que hace pensar que responden de memoria, no desde el entendimiento. Ya que se hubiera esperado que los alumnos que identificaron los valores de x como el dominio hubieran podido definir el dominio de una función cuadrática.

Tabla 3

Tabla de patrones a la definición *de dominio de una función*.

Patrones de definiciones	Frecuencia
Condición que tiene que cumplir la función .Lo que mide la extensión de cada función y/o todo lo que abarca.	56
Valores de x	24
Valor que delimita a la función dando como resultado el valor de y	21
Representación gráfica de los valores	13
Valores que se extienden de manera infinita en una variable	9
Otros	17

Definición de rango. Respecto al rango, se encontró una tendencia a identificarlo como un valor al que debe cumplir la función (ver Tabla 4). Esto se relaciona nuevamente con la concepción de función como caja negra, en la que lo que sale es el rango.





Tabla 4

Tabla de patrones de definiciones para el concepto rango.

Patrones de definiciones	Frecuencia
Los valores que tiene que cumplir la función	57
Los valores para el eje de las x	31
Distancia entre dos puntos	18
Eje de las y	13
Punto de donde parte (origen) la función	13
Otros	8

Cabe señalar que el 22% de los participantes relacionaron el rango con los valores de x , lo cual refuerza que algunos alumnos responden de memoria, ya que recuerdan que esa era la respuesta correcta pero no recuerdan para qué.

En conclusión se encontró que, desde la visión del alumno, la concepción de función más arraigada es aquella de función como caja negra, en la que le entran valores (dominio) y salen como resultado otros valores (rango). Esta es una concepción muy limitada, ya que al darle una gráfica de una función los participantes tuvieron grandes dificultades para identificar el dominio. El cuestionario no pedía identificar el rango de una función desde su gráfica, para futuras investigaciones se sugiere manejar el concepto desde las diferentes representaciones (tabular, gráfica, funcional) y pedirles a los participantes que determinen dominio y rango para cada una de dichas representaciones. Aún más, sería interesante incluir problemas en contexto tales que tuvieran restricciones intrínsecas y extrínsecas a la situación o modelo que lo representa.



BIBLIOGRAFÍA

- Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington DC: National Academy Press.
- Dubinsky, E., y Harel, G. (1992). *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy*. EE.UU: Mathematical Association of America
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. En D. Grouws (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Masingila, J., y Doerr, H. (1998) Students' use of functions in everyday activities. *Proceedings of the 20th Psychology of Mathematics Education Meeting National Chapter, 2*, 562-568.
- Monzoy Vázquez, J. A. (1998). El estudio del concepto de función en el nivel medio superior mediante la simulación de un contexto. *Memorias IX Seminario Nacional de Microcomputadoras en la Educación Matemática*. México, D.F.
- Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: Proyecto de Innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*, 33, 135-165.
- Schwalbag, E.M., & Dosemagen, D.M. (2000). Developing student understanding: Contextualizing calculus concepts. *School Science and Mathematics*, 100(2), 90-98.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and undergraduate curriculum. En E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld & J. Kaput (Eds.). *CBMS Issues in Mathematics Education, v. 4: Research in Collegiate Mathematics Education I*, (pp. 21-44). Providence, RI: AMS.
- Vinner, S. (1993). Concept definition, concept image, and the notation of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305

